

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه آزاد اسلامی  
انتشارات

۹۰۱

## تگرۀ کشسانی و مومنسانی

دکتر حمید شیرازی

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

شیرازی، حمید، - ۱۳۵۱	سرشناسه:
نگره کشسانی و مومنانی / حمید شیرازی؛ ویراستار علمی امیررضا مسعودی؛ ویراستار ادبی هانیه اسدپور فعال مشهد.	عنوان و نام پدیدآور:
مشهد: دانشگاه فردوسی مشهد، انتشارات، ۱۴۰۲. ۳۲۰ ص.	مشخصات نشر:
انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد؛ ۹۰۱.	مشخصات ظاهری:
ISBN: 978-964-386-596-2	فروست:
فیض.	شابک:
کتابنامه: ص. ۳۱۸-۳۱۷. نمایه.	وضعیت فهرست‌نویسی:
Elasticity -- Study and teaching (Higher)	یادداشت:
ارتجاع (فیزیک) -- راهنمای آموزشی (عالي)	موضوع:
Elasticity -- Problems, exercises, etc. (Higher)	شناسه افزوده:
ارتجاع (فیزیک) -- مسائل ، تمرین ها و غيره (عالي)	شناسه افزوده:
مسعودی، امیررضا، - ۱۳۶۹، ویراستار	ردبندی کنگره:
دانشگاه فردوسی مشهد، انتشارات.	ردبندی دیوی:
QA۹۳۱	شماره کتابشناسی ملی:
۵۳۱/۳۸۲۰۷۶	
۹۴۰۴۶۶۵	

## نگره کشسانی و مومنانی



انتشارات  
۹۰۱

پدیدآورنده: دکتر حمید شیرازی  
ویراستار علمی: دکتر امیررضا مسعودی  
ویراستار ادبی: هانیه اسدپور فعال مشهد  
مشخصات: وزیری، ۲۰۰ سخنه، چاپ اول، پاییز ۱۴۰۲  
چاپ و صحافی: چاپخانه دقت  
بهای: ۲۴۰۰/۰۰۰  
حق چاپ برای انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد محفوظ است.

### مراکز پخش:

فروشگاه و نمایشگاه کتاب پرdis: مشهد، میدان آزادی، دانشگاه فردوسی مشهد، جنب سلف یاس  
تلفن: ۰۵۱ (۳۸۸۳۳۷۷۲۷-۳۸۸۰۲۶۶۶)  
 مؤسسه کتابیران: تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، بین روانمهر و وحید نظری، بن بست  
گشتناسب، پلاک ۸ تلفن: ۰۲۱ (۶۶۴۸۴۷۱۵)  
 مؤسسه دانشیان: تهران، خیابان انقلاب، خیابان میری جاوید (اردیبهشت) نبش خیابان نظری، شماره ۱۴۲  
تلفکس: ۰۲۱ (۶۶۴۰۰۱۴۴-۶۶۴۰۰۲۲۰)

## فهرست مطالب

پیشگفتار

### بخش یکم: نگره کشسانی

۹.....	پیشگفتار
<b>فصل ۱. پیش‌نیازِ ریاضی</b>	
۱۳.....	۱- پیشگفتار
۱۳.....	۲- جبر بردارها
۱۳.....	۱-۱ مؤلفه‌های یک بردار
۱۴.....	۱-۲-۱ بردار یکدیگر
۱۵.....	۱-۲-۲ مختصات بردار
۱۶.....	۱-۲-۳ جمع و تغیریق بردارها
۱۷.....	۱-۲-۴ ضرب بردارها
۱۸.....	۱-۲-۵ تصویر یک بردار بر بردار دیگر
۲۰.....	۱-۳ دوران دستگاه مختصات
۲۱.....	۱-۳-۱ انتقال بردار بین دو دستگاه
۲۲.....	۱-۳-۲ انتقال تانسور بین دو دستگاه
۲۴.....	۱-۳-۳ انتقال مشتق بین دو دستگاه
۲۴.....	۱-۳-۴ انتقال انتگرال بین دو دستگاه
۲۷.....	۱-۴ جبر ماتریس‌ها
۲۷.....	۱-۴-۱ جمع و تغیریق دو ماتریس
۲۷.....	۱-۴-۲ ضرب دو ماتریس
۲۸.....	۱-۴-۳ دترمینان
۲۹.....	۱-۴-۴ وارون ماتریس
۳۱.....	۱-۴-۵ مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس
۳۲.....	۱-۴-۶ یک قضیه مهم در جبر خطی
۳۴.....	۱-۵ نگارش تانسوری
۳۴.....	۱-۵-۱ زیرنویس آزاد و زیرنویس تکرار
۳۵.....	۱-۵-۲ دلای کرونیکر $(\delta_{ij})$

۳۶.....	۱-۵-۳- عامل چرخش ( $\varepsilon_{ijk}$ )
۳۶.....	۱-۵-۴- اتحاد $\delta$
۳۷.....	۱-۵-۵- دترمینان.
۳۸.....	۱-۵-۶- بردارها
۴۱.....	۱-۵-۷- دوّران محورهای مختصات

۴۳.....	<b>فصل ۲. تحلیل تنش و کرنش.</b>
۴۳.....	۲-۱- پیشگفتار
۴۳.....	۲-۲- تنش
۴۳.....	۲-۲-۱- نیروهای داخلی
۴۵.....	۲-۲-۲- تعریف تنش و المان تنش
۴۸.....	۲-۲-۳- تبدیل تنش
۶۷.....	۲-۲-۴- دایره موهر
۷۱.....	۲-۲-۵- تنش‌های هشت‌وجهی
۷۲.....	۲-۲-۶- تنش‌های کروی، انحرافی و هیدرواستاتیک
۷۳.....	۲-۳- کرنش
۷۴.....	۲-۳-۱- کرنش محوری
۷۵.....	۲-۳-۲- کرنش برشی
۷۶.....	۲-۳-۳- تانسور کرنش
۷۷.....	۲-۳-۴- تانسور گرادیان تغییر مکان، تغییر شکل و چرخش.
۸۱.....	۲-۳-۵- کرنش‌های کروی (حجمی) و انحرافی
۸۲.....	۲-۳-۶- تبدیل کرنش
۸۶.....	۲-۴- انرژی کرنشی
۸۸.....	۲-۵- تمرین‌های فصل ۲

۹۱.....	<b>فصل ۳. معادلات تحلیلی در اجسام کشسان</b>
۹۱.....	۳-۱- پیشگفتار
۹۲.....	۳-۲- معادلات تعادل
۹۴.....	۳-۳- معادلات سازگاری
۹۵.....	۳-۴- معادلات ساختاری
۹۵.....	۴-۱- قوانین هوک- نمایش عمومی
۹۹.....	۴-۲- قوانین هوک- نمایش لامه
۱۰۰.....	۴-۳- قوانین هوک- نمایش بالک

۱۰۹.....	۳-۳ معادله میدان.....
۱۱۰.....	۳-۳ اجسام کشسان در دستگاه قطبی.....
۱۱۰.....	۳-۳ ارتباط متقابل بین دستگاه دکارتی و قطبی.....
۱۱۱.....	۳-۳ معادلات تحلیلی در دستگاه قطبی.....
۱۱۴.....	۳-۳ تمرین های فصل ۳.....
<b>فصل ۴. حل مسائل کشسان دوبعدی - تابع تنش</b>	
۱۱۵.....	۴-۴ پیشگفتار.....
۱۱۵.....	۴-۴ ساده سازی مسائل سه بعدی به دو بعدی.....
۱۱۵.....	۴-۴ مسائل تنش در صفحه.....
۱۱۸.....	۴-۴ مسائل کرنش در صفحه.....
۱۲۰.....	۴-۴ تحلیل کشسان در مسائل دوبعدی.....
۱۲۰.....	۴-۴ تابع تنش.....
۱۲۱.....	۴-۴ شرایط مرزی.....
۱۲۸.....	۴-۴ دستگاه قطبی.....
۱۳۹.....	۴-۴ تمرین های فصل ۴.....
<b>فصل ۵. خمث کشسان در تیرها</b>	
۱۴۱.....	۵-۵ پیشگفتار.....
۱۴۲.....	۵-۵ یادآوری از مقاومت مصالح.....
۱۴۴.....	۵-۵ خمث کلی در تیرها.....
۱۴۸.....	۵-۵ نظریه تیموشنکو در تیرها.....
۱۵۲.....	۵-۵ خمث در تیرهای خمیده.....
۱۶۱.....	۵-۵ تمرین های فصل ۵.....
<b>فصل ۶. پیچش کشسان</b>	
۱۶۲.....	۶-۶ پیشگفتار.....
۱۶۲.....	۶-۶ مقاطع دایره ای.....
۱۶۳.....	۶-۶ مقاطع غیردایره ای.....
۱۶۴.....	۶-۶ رابطه سازی پیچش در حالت کلی.....
۱۶۵.....	۶-۶ روابط تعادل و سازگاری.....
۱۶۷.....	۶-۶ تابع تنش.....

۱۶۷.....	۳-۲-۶ شرایط مرزی
۱۷۵.....	۳-۶ مقاطع چندسلولی
۱۷۸.....	۴-۶ تشابه غشایی
۱۸۳.....	۵-۶ تمرین های فصل ۶

## بخش دوم: نگره مومنانی

۱۸۷.....	<b>فصل ۷. اصول مقدماتی در تحلیل مومنان سازه ها</b>
۱۸۷.....	۱-۷ پیشگفتار
۱۸۷.....	۲-۷ نمودار تنش - کرنش
۱۹۰.....	۳-۷ کارمایه
۱۹۱.....	۴-۷ تحلیل چرخه ای
۱۹۲.....	۵-۷ شاخص های تسلیم در فلزات
۱۹۴.....	۱-۵-۷ شاخص تنش اصلی بیشینه (شاخص رانکین)
۱۹۴.....	۲-۵-۷ شاخص کرنش اصلی بیشینه (شاخص سن ونان)
۱۹۵.....	۳-۵-۷ شاخص تنش برشی بیشینه (شاخص ترسکا)
۱۹۶.....	۴-۵-۷ شاخص کارمایه تغییر شکل بیشینه (شاخص فون میسر)
۲۰۲.....	۶-۷ تحلیل مومنان در سازه های یک درجه آزادی
۲۰۲.....	۱-۶-۷ تحلیل مومنان در سازه های یک درجه آزادی با مصالح عمومی
۲۰۹.....	۲-۶-۷ تحلیل کشسان - مومنان در سازه های یک درجه آزادی با فولاد ساختمانی
۲۱۶.....	۷-۷ تمرین های فصل ۷
۲۱۹.....	<b>فصل ۸. تحلیل مومنان در سازه های خرپایی</b>
۲۱۹.....	۱-۸ پیشگفتار
۲۲۰.....	۲-۸ تحلیل کشسان - مومنان در سازه های خرپایی
۲۲۱.....	۱-۲-۸ روش بار افزون یا روش نموی
۲۲۷.....	۲-۲-۸ روش نموی ماتریسی
۲۳۸.....	۳-۲-۸ تحلیل حدی
۲۵۰.....	۳-۸ تمرین های فصل ۸
۲۵۳.....	<b>فصل ۹. تحلیل مومنان در سازه های خمی</b>
۲۵۳.....	۱-۹ پیشگفتار
۲۵۳.....	۲-۹ تحلیل کشسان - مومنان در مقاطع خمی

۲۶۰.....	۳-۹ مفصل خمیری.
۲۶۲.....	۴-۹ تحلیل لنگر - انخنا.
۲۷۰.....	۵-۹ تحلیل نمای در سازه‌های خمی.
۲۷۶.....	۶-۹ تحلیل حدّی در سازه‌های خمی.
۲۷۶.....	۱-۶-۹ روش لنگر خمی و اکنش و آزاد.
۲۸۰.....	۲-۶-۹ روش کار مجازی.
۲۸۶.....	۷-۹ نمونه‌ای کاربردی از تحلیل موسمان.
۲۹۰.....	۸-۹ تمرین‌های فصل ۹.
فصل ۱۰. تأثیر نیروهای محوری و برشی در ظرفیت موسمانی سازه‌های خمی	
۲۹۳.....	۱-۱۰ پیشگفتار.
۲۹۳.....	۲-۱۰ اثر نیروی محوری در تسلیم مقاطع خمی.
۲۹۵.....	۳-۱۰ اثر نیروی برشی در تسلیم مقاطع خمی.
۲۹۹.....	۴-۱۰ تمرین‌های فصل ۱۰.
۳۰۱.....	پیوست: نمونه‌هایی از برنامه‌نویسی در محیط MATLAB
۳۱۷.....	مراجع.
۳۱۹.....	نمایه.

press.um.ac.ir

## پیشگفتار

تئوری الاستیسیته و پلاستیسیته که در فارسی، نگره کشسانی و موismanی خوانده می شود، یکی از دروس اصلی در دو رشته مهندسی عمران و مکانیک است. هدف اصلی درس تئوری الاستیسیته، محاسبه تنش و کرنش در یک جسم با رفتار کشسان است که در حوزه تغییرشکل های کوچک، تحت اثر نیروهای مکانیکی و حرارتی قرار دارد. در این حوزه می توان معادلات تحلیلی را با درنظر گرفتن رفتار خطی در مصالح و هندسه اجسام استخراج و از روش های ریاضی برای تحلیل سازه استفاده کرد. از سوی دیگر، در تئوری پلاستیسیته، سازه وارد حوزه تغییرشکل های بزرگ می شود و لزوم تحلیل با روش های نمای آشکار می گردد.

در کتابی که پیش رو دارید، بخشی از مبانی دو درس رشته مهندسی عمران، یعنی درس تئوری الاستیسیته و پلاستیسیته و همچنین درس تئوری غیرارتجاعی، ارائه شده اند. این مبانی در دو بخش با عنوانین نگره کشسانی و نگره موismanی دست به بندی شده اند. بخش یکم که مربوط به مباحث تئوری الاستیسیته است، در پنج عنوان تحلیل تنش و کرنش، معادلات تحلیلی در اجسام کشسان، حل مسائل کشسان-موisman دو بعدی، خمس کشسان در تیرها و پیچش کشسان مرتب شده اند. در بخش دوم، مباحث تئوری غیرارتجاعی در چهار سرفصل اصول مقدماتی در تحلیل موisman سازه ها، تحلیل غیرخطی سازه های خرپایی، تحلیل غیرخطی سازه های خمشی و تأثیر نیروهای محوری و برشی در ظرفیت موisman سازه های خمشی ارائه شده است.

باید دانست که مباحث نگره های کشسانی و موismanی دارای بار قابل توجهی از ریاضیات هستند که اگر بیش از اندازه مورد توجه قرار گیرد، علاوه بر پیچیده شدن مطالب، جنبه کاربردی بحث کم رنگ خواهد شد. به همین دلیل، رویکرد اصلی در این کتاب، پرهیز از پرداختن به ریاضیات محض و توجه به جنبه های کاربردی مباحث است. به سخن دیگر، مباحث با همان شیوه مقاومت مصالح بررسی شده اند و هرجا لازم بوده، به اصول ریاضی نیز پرداخته شده است. نظر به اینکه در تمامی این مباحث، آشنایی با مبانی و محاسبات ریاضی، بسیار مهم است، فصل یکم کتاب با عنوان پیش نیاز ریاضی به بیان آن بخش از ریاضیات که کاربرد بیشتری در این درس دارد، پرداخته است. در هر فصل تلاش شده است تا اصول موردنظر بیانی ساده همراه با شکل ها و مثال های متنوع بیان شود تا در کم آنها به سادگی انجام پذیرد.

در اینجا لازم است به یک نکته دیگر نیز اشاره شود و آن این که در حال حاضر، نرم افزارهای متنوعی وجود دارند که به سادگی می توانند سازه های پیچیده را به ویژه در حوزه کشسان تحلیل کنند و تمام اطلاعات موردنیاز را در دسترس قرار دهند. سادگی و سرعت تحلیل رایانه ای باعث شده است تا این تفکر برای برخی ایجاد شود

که دیگر به یادگیری مبانی علمی این مباحث نیازی نیست و از آنجاکه این مبانی، کاربرد مستقیم در مسائل واقعی ندارند، می‌توان از پرداختن به آن‌ها خودداری کرد. البته این یک برداشت نادرست است و باید دانست که آشنایی و درک کامل مبانی علمی و توانایی دانشجویان در حل دستی یک مسئله، دست کم دارای دو امتیاز زیر است که لزوم فراگیری آن‌ها را روشن می‌سازد.

۱- نرم‌افزارهای رایانه‌ای، برنامه‌هایی غیرهوشمند و وابسته به کاربر هستند. بنابراین، خروجی آن‌ها هنگامی قابل اطمینان است که داده‌های ورودی توسط یک کاربر هوشمند و آشنا به مبانی تحلیلی بررسی شود و رفع خطاهای احتمالی توسط او صورت پذیرد؛ در غیر این صورت، چه بسا پاسخ‌های به دست آمده اشتباه بوده و هیچ‌گونه ارزشی نداشته باشد.

۲- یادگیری مبانی علمی و حل دستی مسائل به طور معمول با دشواری‌ها و چالش‌های گوناگون همراه است و در صورتی که ذهن دانشجویان با این چالش‌ها برخورد نکند، آمادگی پذیرش مباحث طراحی و تصمیم‌گیری در یک سازه واقعی را پیدا نخواهند کرد.

با توجه به آنچه گفته شد، توصیه می‌شود دانشجویان این درس را بسیار مهم بدانند و اهمیت آن را در آینده علمی و حرفه‌ای خود دست کم نگیرند.

در پایان، امیدوار هستم تا خوانندگان محترم، این بند را لایق بدانند و ضمن بخشن، کاستی‌های کتاب را به این جانب گوشزد کنند تا برای رفع آن‌ها اقدام شود. بدیهی است که در زمینه‌های موربدبخت، کتاب‌های بسیاری وجود دارند که توسط نویسنده‌گانی بسیار توانمند نوشته شده‌اند، اما از آنجاکه نگارش‌های کتاب تا حد زیادی متأثر از سلیقه نویسنده آن است، امید است که این کتاب بتواند حداقل برای دسته‌ای از خوانندگان و در شرایط آرمانی برای همه آن‌ها مفید باشد.

حمید شیرازی

۱۴۰۲ تابستان