

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

PressSum.ac.ir

رَبِّ اغْفِرْ لِي وَ لِوَالِدَيَّ وَ لِمَنْ دَخَلَ  
بَيْتِي مُؤْمِنًا وَ لِلْمُؤْمِنِينَ وَ الْمُؤْمِنَاتِ  
وَ لَا تَزِدِ الظَّالِمِينَ إِلَّا تَبَارًا

سوره مبارکه نوح / آیه ۲۸

تقدیم به:

پدر شریف و بزرگوارم

و

مادر باگذشت و فداکارم

که مؤمنانه و بی‌منت خوبی کردند و ای کاش  
می‌توانستم ذره‌ای از محبت بی‌دریغشان را جبران  
کنم.



## ریاضیات کاربردی علوم زمین

قابل استفاده برای دانشجویان رشته‌های زمین‌شناسی، ژئوفیزیک و مهندسی عمران

دکتر رضا خواجه‌جوی

عضو هیئت علمی مرکز تحقیقات زمین لرزه شناسی دانشگاه فردوسی مشهد

سرشناسه: خواجوی، رضا، ۱۳۶۰ -  
 عنوان و نام پدیدآور: ریاضیات کاربردی علوم زمین قابل استفاده برای دانشجویان رشته‌های زمین‌شناسی، ژئوفیزیک و مهندسی عمران / رضا خواجوی؛ ویراستار علمی حسین تقی‌زاده کاخکی، احمد عرفانیان مشیری‌نژاد.  
 مشخصات نشر: مشهد: دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۹۷.  
 مشخصات ظاهری: ۳۲۰ ص. مصور(رنگی)، جدول(رنگی)، نمودار(رنگی).  
 فروست: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد؛ شماره ۷۰۴.  
 شابک: ISBN: 978-964-386-379-1  
 وضعیت فهرست‌نویسی: فیبا.  
 یادداشت: واژه‌نامه. کتابنامه. نمایه.  
 موضوع: ریاضیات -- راهنمای آموزشی (عالی).  
 موضوع: ریاضیات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی).  
 Mathematics -- Study and teaching (Higher)  
 Mathematics -- Problems, exercises, etc. ( Higher)  
 شناسه افزوده: تقی‌زاده کاخکی، حسین، ۱۳۳۱ -، ویراستار.  
 شناسه افزوده: عرفانیان مشیری‌نژاد، احمد، ویراستار.  
 شناسه افزوده: دانشگاه فردوسی مشهد.  
 رده‌بندی کنگره: ۱۳۹۷ ۸۵۴۵/۹ خ/۱۳۹۷ QA۱۳۹  
 رده‌بندی دیویی: ۵۱۰/۷۶  
 شماره کتابشناسی ملی: ۵۳۲۱۳۷۸

## ریاضیات کاربردی علوم زمین

قابل استفاده برای دانشجویان رشته‌های زمین‌شناسی، ژئوفیزیک و مهندسی عمران

پدیدآورنده: دکتر رضا خواجوی  
 ویراستار علمی: دکتر حسین تقی‌زاده کاخکی؛ دکتر احمد عرفانیان مشیری‌نژاد  
 مشخصات: وزیری، ۵۰۰ نسخه، چاپ اول، تابستان ۹۷  
 چاپ و صحافی: چاپخانه دانشگاه فردوسی مشهد  
 بها: ۲۵۰/۰۰۰ ریال  
 حق چاپ برای انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد محفوظ است.

مراکز پخش:

فروشگاه و نمایشگاه کتاب پردیس: مشهد، میدان آزادی، دانشگاه فردوسی مشهد، سازمان مرکزی، جنب سلف یاس تلفن: ۳۸۸۳۳۷۲۷ (۰۵۱)  
 مؤسسه کتابیران: تهران، خیابان کارگر جنوبی، خیابان لبافی‌نژاد، بین خیابان فروردین و اردیبهشت، شماره ۲۳۸ تلفن: ۶۶۴۹۴۴۰۹-۶۶۴۸۴۷۱۵ (۰۲۱)  
 مؤسسه دانشسیران: تهران، خیابان انقلاب، خیابان منیری جاوید (اردیبهشت) نبش خیابان نظری، شماره ۱۴۲ تلفکس: ۶۶۴۰۰۲۲۰ - ۶۶۴۰۰۱۴۴ (۰۲۱)

<http://press.um.ac.ir>

Email: [press@um.ac.ir](mailto:press@um.ac.ir)



## فهرست

پیشگفتار ..... ۹

### گفتار ۱: نگاه ریاضیاتی

فصل ۱. مسئله‌سازی ..... ۱۵

۱-۱ روند مسئله‌سازی ..... ۱۵

۲-۱ ریاضی‌سازی ..... ۱۹

۱-۲-۱ متغیرهای ریاضی ..... ۱۹

۲-۲-۱ رابطه‌های ریاضی ..... ۲۵

فصل ۲. حل با رایانه ..... ۳۱

۱-۲ انواع نرم‌افزارهای حل ریاضی ..... ۳۱

۲-۲ نرم‌افزار MATHEMATICA ..... ۳۲

۳-۲ نرم‌افزار EXCEL ..... ۳۴

۴-۲ برنامه‌نویسی رویه‌ای ..... ۳۷

۱-۴-۲ ساختار توالی ..... ۳۸

۲-۴-۲ ساختار حلقه ..... ۳۸

۳-۴-۲ ساختار شرط ..... ۴۹

۴-۴-۲ ساختار حلقه شرطی ..... ۵۲

### گفتار ۲: متغیرسازی

فصل ۳. متغیرهای پیوسته/گسسته ..... ۵۷

۱-۳ متغیرهای پیوسته (تابع) ..... ۵۷

۲-۳ متغیرهای گسسته ..... ۶۴

۱-۲-۳ بردار ..... ۶۵

۷۱ ..... ۲-۲-۳ ماتریس

۷۴ ..... ۳-۲-۳ تانسور

۸۲ ..... ۳-۳ متغیرهای پیوسته - گسسته (توابع برداری)

۸۴ ..... ۱-۳-۳ مشتق تابع برداری

۸۵ ..... ۲-۳-۳ میدان گرادیان

۸۷ ..... ۳-۳-۳ دیورژانس و کرل میدان برداری

**فصل ۴. متغیرهای زمانی** ..... ۸۹

۸۹ ..... ۱-۴ انواع متغیرها و مدل‌های زمانی

۹۱ ..... ۲-۴ تحلیل دنباله‌های زمانی (بر مبنای تابع‌های غیربازگشتی)

۹۲ ..... ۳-۴ جداسازی و تحلیل ساختارهای روندی

۹۶ ..... ۴-۴ ساختارهای دوره‌ای

۹۶ ..... ۱-۴-۴ تحلیل فوریه

۱۱۰ ..... ۲-۴-۴ جداسازی ساختار دوره‌ای (نوفه‌زدایی)

۱۱۳ ..... ۳-۴-۴ تحلیل ساختار دوره‌ای

**فصل ۵. متغیرهای مکانی** ..... ۱۲۳

۱۲۳ ..... ۱-۵ انواع داده‌های مکانی

۱۲۴ ..... ۲-۵ نمایش داده‌های مکانی

۱۲۷ ..... ۳-۵ پیوسته‌سازی متغیر مکانی گسسته

۱۲۹ ..... ۴-۵ پردازش داده‌های مکانی

**فصل ۶. متغیرهای آماری** ..... ۱۳۳

۱۳۳ ..... ۱-۶ نمایش نموداری متغیرهای آماری

۱۳۸ ..... ۲-۶ نمایش عددی متغیرهای آماری

۱۳۸ ..... ۱-۲-۶ نمایش عددی مقدار متغیر آماری

۱۴۰ ..... ۲-۲-۶ نمایش عددی پراکنندگی متغیر آماری

۱۴۱ ..... ۳-۲-۶ تابع توزیع (چگالی) احتمال

**گفتار ۳: رابطه‌سازی**

**فصل ۷. دستگاه معادلات جبری** ..... ۱۵۱

۱۵۱ ..... ۱-۷ انواع دستگاه معادلات خطی

۱۵۵	۲-۷ تعیین شمار پاسخ‌های دستگاه
۱۵۵	۱-۲-۷ نمایش پلکانی دستگاه معادلات جبری
۱۵۹	۲-۲-۷ رتبه ماتریس
۱۵۹	۳-۲-۷ ارزیابی شمار پاسخ‌های دستگاه
۱۶۰	۳-۷ ارزیابی حساسیت دستگاه
۱۶۰	۱-۳-۷ مفهوم بدرفتاری
۱۶۳	۲-۳-۷ معیار بدرفتاری
۱۶۵	۴-۷ حل دستگاه معادلات جبری خطی
۱۶۵	۱-۴-۷ حل دستگاه معین
۱۷۳	۲-۴-۷ حل دستگاه فرامعین
۱۷۷	۳-۴-۷ حل دستگاه فرومعین
۱۸۵	۵-۷ معادلات جبری غیرخطی
<b>فصل ۸. معادلات دیفرانسیل معمولی</b>	
۱۹۱	۱-۸ انواع معادلات دیفرانسیل معمولی
۱۹۳	۲-۸ معادلات دیفرانسیل خطی
۱۹۹	۳-۸ حل معادلات دیفرانسیل خطی
۲۰۱	۴-۸ حل معادلات دیفرانسیل با شرایط اولیه / مرزی
۲۱۰	۵-۸ حل معادلات دیفرانسیل خطی با تابع گرین
۲۱۳	۶-۸ حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه بالا
۲۱۵	۷-۸ دستگاه معادلات دیفرانسیل
۲۱۷	۸-۸ معادلات دیفرانسیل غیرخطی
<b>فصل ۹. معادلات دیفرانسیل پاره‌ای</b>	
۲۲۱	۱-۹ انواع معادلات دیفرانسیل پاره‌ای
۲۲۶	۲-۹ حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای خطی
۲۳۰	۳-۹ حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای خطی
۲۳۱	۱-۳-۹ روش تفاوت محدود (FDM)
۲۴۴	۴-۹ معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیرخطی
<b>فصل ۱۰. بهینه‌سازی</b>	
۲۴۹	۱-۱۰ مسئله بهینه‌سازی و انواع آن
۲۵۲	۲-۱۰ روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی

گفتار ۴: رابطه‌یابی

۲۶۱	فصل ۱۱. برازش
۲۶۱	۱-۱۱ انواع برازش
۲۶۱	۲-۱۱ برازش پارامتری
۲۶۱	۱-۲-۱۱ بررسی داده‌ها
۲۶۴	۲-۲-۱۱ انجام برازش (برآورد تابع برازش)
۲۶۶	۳-۲-۱۱ ارزیابی برازش
۲۷۶	۴-۲-۱۱ بهبود برازش
۲۸۵	۳-۱۱ برازش غیرپارامتری
۲۸۷	فصل ۱۲. گروه‌یابی و گروه‌بندی
۲۸۷	۱-۱۲ گروه‌یابی
۲۹۸	۲-۱۲ گروه‌بندی
۳۰۳	منابع
۳۰۴	واژه‌نامه
۳۱۵	نمایه



## پیشگفتار

امروزه کمتر دانشی را می‌توان یافت که از ریاضیات بی‌بهره باشد. رخنه ریاضیات در شاخه‌هایی از علوم، گاه تا آنجا پیش رفته که دانشی نو را پدید آورده است. زمین‌شناسی و فیزیک زمین از جمله دانش‌هایی هستند که به‌ویژه در چند دهه اخیر، ریاضیات پیشرفته و البته شیرینی را تجربه کرده‌اند. هم‌اکنون ریاضیات کاربردی را باید بخشی جداناپذیر از دوره‌های آموزشی دانشگاهی و ابزاری بی‌بدیل در فرایندهای پژوهشی دانش زمین دانست. از سوی دیگر، پیدایش رایانه و نرم‌افزارهای توانمند پردازشی، نمایش‌دهی مناسب دانش و داده و به‌ویژه دسترسی آسان و سریع به گستره بی‌پایانی از اطلاعات، زمینه را بیش از پیش برای جهش‌های بلند علمی و نوآوری‌های پژوهشی فراهم آورده است. بدیهی است که همگام با پیدایش این ابزارهای نوین پردازش داده و دانش، شیوه‌های آموزش و پژوهش نیز نیازمند بازبینی بنیادی است.

کتاب پیش‌رو با چنین نگاه و دغدغه‌ای به رشته تحریر در آمده است و در این راستا می‌کوشد تا رویکردهای آموزشی و پژوهشی را در حوزه دانش ریاضیات زمین، با ابزارهای نوین در دسترس همگام و همراه سازد. رویکردهای آموزشی و پژوهشی که چارچوب کتاب بر پایه آنها نگاشته شده، عبارت‌اند از:

**۱- جامع‌نگری:** دانشجو یا پژوهشگر می‌بایست با همه مباحث دانش ریاضیات زمین آشنا و دست‌کم از کلیات آنها آگاه باشد. البته با توجه به گستردگی مباحث این دانش و اهداف آموزشی این نوشته، کتاب پیش‌رو عمدتاً به مباحث پایه پرداخته و گاهی ضمن معرفی برخی مباحث پیشرفته، بررسی تفصیلی آنها را به خوانندگان محترم واگذار کرده است.

**۲- منظومه‌سازی:** مهم‌ترین رویکرد این کتاب که تاکنون چندان به آن پرداخته نشده، منظومه‌سازی است. بر پایه این رویکرد، مباحث گوناگون دانش ریاضیات زمین از چند مفهوم پایه و ترکیب آنها با یکدیگر استخراج می‌شوند. فصل اول به‌عنوان پایه‌ای‌ترین فصل کتاب، به معرفی چنین رویکردی پرداخته است. در این فصل نشان داده شده است که دو مفهوم **متغیر** و **رابطه**، مفاهیم پایه ریاضیات

کاربردی اند. مفهوم متغیر از نظر ترتیب، قطعیت، وابستگی و پیوستگی دارای انواعی است. گزینش هر یک از این انواع و ترکیب آنها با یکدیگر، متغیرهای گوناگون و آشنای ریاضیاتی را به دست می‌دهد. همچنین صورت‌های گوناگونی از رابطه میان متغیرها در ریاضیات پیشنهاد شده‌اند (مبنای صورت‌بندی‌های گوناگون رابطه ریاضی در این کتاب واکاوی نشده و خود نیازمند نوشتاری دیگر است) که عبارت‌اند از: تابع، عمل‌گر (جبری، دیفرانسیلی، انتگرالی)، شبکه عصبی و الگوریتم و قانون. ترکیب انواع متغیرها و صورت‌بندی‌های روابط، بسته به معلوم یا مجهول بودن هر یک، مسائل مختلف دانش ریاضیات کاربردی را به دست می‌دهد. جدول ۱-۲ کتاب نشان می‌دهد که چگونه مباحث ارائه شده در کتاب از ترکیب انواع متغیرهای ورودی و خروجی و رابطه میان آنها پدیدار می‌شوند. پیکربندی کتاب به چهار گفتار و فصل‌های گنجانده در هر یک از آنها، بر پایه همین رویکرد انجام شده است.

چنین رویکردی را در واقع باید برگرفته از نگاه فلسفی تحلیلی دانست که می‌کوشد تا با تجزیه نظام‌های پیچیده به عناصر ساده و بسیط، ارتباط و پیوند دقیق میان اجزا را شناسایی و واکاوی کند. به کارگیری این رویکرد بر مفاهیم یک دانش، آن گونه که در این کتاب انجام شده است، منظومه یا نقشه آن دانش شکل می‌گیرد. با داشتن چنین نقشه‌ای، مباحث گوناگون دانش به خوبی در آن جایابی و ارتباطات و اشتراکاتشان با یکدیگر به درستی نمایان می‌شوند. در واقع، هر چند جامع‌نگری علمی یک بایسته‌گریزناپذیر برای هر دانشجو یا پژوهشگر موفق است، اما این جامع‌نگری آنگاه سودمند است و به پیشرفت جهش‌گونه علمی منجر خواهد شد که در یک چارچوب نظام‌مند و منظومه‌وار سامان یافته باشد.

**۳- مهارت‌یابی:** این رویکرد در دو زمینه زیر دنبال شده است:

**۳-۱- مهارت تعریف مسئله:** این مهارت، با وجود اهمیت فراوان، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. تجربه تدریس نگارنده برای گرایش‌های مهندسی، فیزیک و به‌ویژه زمین‌شناسی گویای آن است که دانشجویان گرامی بیش از همه نیازمند کسب این مهارت می‌باشند. در فصل اول، مهارت تعریف مسئله با عنوان مسئله‌سازی، بررسی و روندی ارائه شده است که با پیگیری آن، پدیده طبیعی به زبان ریاضی بازگویی می‌شود. بخشی از مهارت تعریف مسئله وابسته به تعبیریابی فیزیکی از مفاهیم و روابط ریاضی است که در بخش‌هایی از کتاب به آن اشاره شده است. برای مثال، شکل ۸-۴ از کتاب، نمونه‌ای از این تعبیریابی را برای مسائل معادلات دیفرانسیل نشان می‌دهد.

**۳-۲- مهارت حل مسئله با نرم افزار:** پس از تعریف مسئله و سامان‌دهی آن در ساختاری ریاضی، می‌بایست آن را حل کرد. در این کتاب، مسائل ریاضیات کاربردی با کمک نرم‌افزار حل می‌شوند. نخستین گام در حل مسئله با نرم‌افزار، انتخاب نرم‌افزار مناسب است. در این کتاب، سه دسته نرم‌افزار حل ریاضی: (۱) نرم‌افزارهای نمادگرا؛ (۲) نرم‌افزارهای پردازش داده (صفحه گسترده)؛ (۳) نرم‌افزارهای برنامه‌نویسی معرفی شده‌اند. طی مثال‌های فراوان ارائه شده در کتاب، خوانندگان محترم در خواهند یافت که هر یک از این نرم‌افزارها برای حل کدام دسته از مسائل ریاضیات کاربردی سودمند و کارآمدترند. تأکید کتاب به‌ویژه بر نرم‌افزارهای توانمند نمادگراست که نرم‌افزار Mathematica به‌عنوان نماینده شایسته آنها انتخاب شده است. همچنین نرم‌افزار Excel و زبان‌های برنامه‌نویسی VBA و Mathematica به ترتیب به‌عنوان نماینده نرم‌افزارهای صفحه گسترده و زبان‌های برنامه‌نویسی انتخاب شده‌اند. آشکار است که خواننده گرامی با فراگیری اصول برنامه‌نویسی رویه‌ای در فصل دوم، با اندکی کوشش، قادر به برنامه‌نویسی با هر زبان برنامه‌نویسی دیگر خواهد بود.

**۴- فراگیری سریع و پویا:** بر پایه این رویکرد، اصول کلی مباحث گوناگون ریاضیاتی و نرم‌افزاری به‌اختصار آموزش داده شده است و عمق‌بخشی و گسترش یادگیری، توسط خواننده گرامی و طی حل مثال‌های فراوان ارائه شده در کتاب انجام می‌شود. معرفی کوتاه نرم‌افزارهای Mathematica و Excel در فصل دوم کتاب گویای چنین رویکردی است. برای تسلط بر این دو نرم‌افزار، دانشجوی گرامی ناگزیر از حل مثال‌های کتاب است. مثال‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند تا خواننده محترم بتواند داده‌های مورد نیاز را خود تولید و یا به‌آسانی از تارنماهای منبع - باز تهیه کند. همچنین سعی شده است تا با تهیه جدول‌ها و گاهی شکل‌های مناسب، بیشترین اطلاعات لازم در کمترین حجم ممکن به خوانندگان ارائه شود.

کتاب پیش‌رو، برآیندی از چندین دوره تدریس ریاضیات از سوی نگارنده برای دانشجویان کارشناسی ارشد زمین‌شناسی و ژئوفیزیک بر مبنای رویکردهای بالا است که بازخورد خوبی را به‌همراه داشته است.

حدود ۹۰ مثال کتاب عمده‌تأ بر پایه کارهای تحقیقاتی نویسنده، مراجعات دانشجویی و گاهی برگرفته از مطالب کتاب‌های زمین‌شناسی، ژئوفیزیک و ژئوتکنیک طراحی شده‌اند. این مثال‌ها در زمینه‌های مختلف زمین‌شناسی (مهندسی، آب، ساختمانی، سنگ‌شناسی و نفت)، ژئوفیزیک (زلزله‌شناسی و لرزه‌شناسی) و مهندسی ژئوتکنیک فراهم آمده‌اند. همچنین شکل‌های کتاب جز در

چند مورد اندک، عمدتاً با نرم‌افزار Mathematica و گاهی با استفاده از برخی نرم‌افزارهای ویرایشی ساده تهیه شده‌اند.

با وجود دقت نظر نویسنده در طراحی مثال‌ها و تهیه شکل‌ها، بی‌گمان آنها خالی از اشکال نیستند؛ مزید امتنان فراوان است که خوانندگان گرامی نواقص راه‌یافته را متذکر گردند. همچنین نگارنده مشتاقانه پذیرای انتقادهای پیشنهادی استادان و دانشجویان، به‌ویژه در زمینه منظومه‌سازی مباحث ریاضیات کاربردی علوم زمین است.

در اینجا شایسته است از راهنمایی و تشویق استادان محترم، دکتر سید کیوان حسینی و دکتر حسین صادقی در مرکز تحقیقات زمین‌لرزه‌شناسی دانشگاه فردوسی مشهد سپاسگزاری نمایم و نگارش کتاب را با حمد و سپاس و استعانت از خداوند یکتا و صلوات بر پیامبر رحمت محمد مصطفی صلی الله علیه و آله و حضرات معصومین علیهم السلام به پایان برم.

رضا خواجه‌جوی

مشهد مقدس - تابستان ۹۷