



نظریه گراف و کاربردهای آن

دکتر مصطفی توکلی

عضو هیئت علمی دانشگاه فردوسی مشهد

دکتر فریدون رهبرنیا

عضو هیئت علمی دانشگاه فردوسی مشهد

سرشناسه: توکلی، مصطفی، ۱۳۶۵ -
 عنوان و نام پدیدآور: نظریه گراف و کاربردهای آن/ مصطفی توکلی، فریدون رهبرنیا.
 مشخصات نشر: مشهد: دانشگاه فردوسی مشهد، انتشارات، ۱۳۹۷.
 مشخصات ظاهری: ۱۶۸ ص. مصور، جدول، نمودار.
 فروست: دانشگاه فردوسی مشهد؛ ۶۹۵
 شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۶-۳۷۰-۸
 وضعیت فهرست نویسی: فیبا.
 یادداشت: واژه نامه. کتابنامه. نمایه.
 موضوع: گراف ها
 موضوع: Graph theory
 موضوع: گراف ها -- مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)
 موضوع: Graph theory --Problems, exercises, etc. (Higher)
 شناسه افزوده: رهبرنیا، فریدون، ۱۳۳۹ -
 شناسه افزوده: دانشگاه فردوسی مشهد.
 رده بندی کنگره: ۱۳۹۷ ع ۹/ت ۱۶۶/ QA
 رده بندی دیویی: ۵۱۱/۵
 شماره کتابشناسی ملی: ۵۳۷۱۷۸۴

نظریه گراف و کاربردهای آن



پدیدآورنده: دکتر مصطفی توکلی؛ دکتر فریدون رهبرنیا
 ویراستار علمی: دکتر کاظم خشیارمنش
 مشخصات: وزیری، ۵۰۰ نسخه، چاپ اول، پاییز ۹۷
 چاپ و صحافی: چاپخانه دانشگاه فردوسی مشهد
 بها: ۱۴۰/۰۰۰ ریال
 حق چاپ برای انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد محفوظ است.
 مراکز پخش:

فروشگاه و نمایشگاه کتاب پردیس: مشهد، میدان آزادی، دانشگاه فردوسی مشهد، سازمان مرکزی،
 جنب سلف یاس تلفن: ۳۸۸۳۳۷۲۷ (۰۵۱)
مؤسسه کتابیران: تهران، خیابان کارگر جنوبی، خیابان لبافی نژاد، بین خیابان فروردین و اردیبهشت،
 شماره ۲۳۸ تلفن: ۶۶۴۹۴۴۰۹-۶۶۴۸۴۷۱۵ (۰۲۱)
مؤسسه دانشیران: تهران، خیابان انقلاب، خیابان منیری جاوید (اردیبهشت) نبش خیابان نظری،
 شماره ۱۴۲ تلفکس: ۶۶۴۰۰۲۲۰-۶۶۴۰۰۱۴۴ (۰۲۱)

<http://press.um.ac.ir>

Email: press@um.ac.ir

فهرست نمادها و علائم ریاضی

نماد	نام
A	مجموعه کمان‌ها
A	ماتریس مجاورت گراف
$c(G)$	بستار G
$\deg_G(v)$	درجه رأس v در G
$\deg(f)$	درجه وجه f
$\rho(\overleftarrow{v})$	درجه ورودی رأس v
$\rho(\overrightarrow{v})$	درجه خروجی رأس v
$d_G(u, v)$	فاصله دو رأس u و v از G
D	گراف جهت‌دار
E	مجموعه یال‌ها
F	مجموعه وجه‌ها
G	گراف
$G[V']$	زیرگراف G القاء شده توسط V'
$K_{n,m}$	گراف کامل دوبخشی
M	ماتریس وقوع
V	مجموعه رأس‌ها
α	عدد استقلال
β	عدد پوشانه
δ	کمترین درجه
Δ	بیشترین درجه
κ	همبندی

نماد	نام
κ'	همبندی یالی
$P_G(k)$	چندجمله‌ای رنگی گراف G
τ	تعداد درخت‌های فراگیر
r	تعداد وجه‌ها
χ	عدد رنگی
χ_s	عدد رنگی ستاره‌ای
χ_e	عدد رنگی مساوی
χ_L	عدد رنگی لیستی
χ'	عدد رنگی یالی
ω	تعداد مؤلفه‌ها
G^c	مکمل G
G^*	دوگان G
$G \cdot e$	انقباض e
$G - \{v\}$	زیرگراف به‌دست‌آمده از حذف رأس v
$G - \{e\}$	زیرگراف به‌دست‌آمده از حذف یال e
$G - S$	حذف S
$\cong$	یک‌ریختی
$H \subseteq G$	زیرگراف G
$H \subset G$	زیرگراف سره G
$G \cup H$	اجتماع G و H
$G \cap H$	اشتراک G و H
$G + H$	پیوند G و H

نام	نماد
حاصل ضرب تانسوری دو گراف G و H	$G \otimes H$
حاصل ضرب دکارتی دو گراف G و H	$G \times H$
حاصل ضرب قوی دو گراف G و H	$G \boxtimes H$
گراف پترسن	P
گراف چرخ از مرتبه n	W_n
گراف دوبخشی کامل	$K_{m,n}$
گراف دور از مرتبه n	C_n
گراف ستاره از مرتبه n	S_n
گراف کامل از مرتبه n	K_n
گراف مسیر از مرتبه n	P_n
گراف نردبانی از مرتبه n	L_n

Press.um.ac.ir

فهرست

فهرست نمادها و علائم ریاضی	۵
پیشگفتار	۱۲
فصل ۱. تعاریف بنیادی و نمادگذاری‌ها	۱۳
۱-۱ مقدمه	۱۳
۲-۱ گراف ساده و چندگانه	۱۴
۱-۲-۱ درجه رأس‌ها	۱۵
۲-۲-۱ همسانی و یک‌ریختی گراف‌ها	۱۷
۳-۱ ماتریس وقوع و ماتریس مجاورت	۱۸
۴-۱ زیرگراف‌ها و زیرگراف‌ها	۲۰
۵-۱ مسیرها و همبندی	۲۲
۶-۱ بعضی خانواده‌های خاص از گراف‌ها	۲۵
۱-۶-۱ گراف‌های افلاطونی	۲۹
۲-۶-۱ گراف‌های میانی و فاصله-متعادل	۳۰
۷-۱ اعمال گراف‌ها	۳۲
۸-۱ تمرینات فصل ۱	۴۲
فصل ۲. درخت‌ها و همبندی	۴۵
۱-۲ مقدمه	۴۵
۲-۲ درخت‌ها و جنگل‌ها	۴۵
۱-۲-۲ پال‌های برشی	۴۷
۲-۲-۲ رأس‌های برشی	۴۹
۳-۲ شمارش تعداد درختان فراگیر	۴۹
۴-۲ همبندی رأسی و یالی	۵۸
۵-۲ تمرینات فصل ۲	۶۲

فصل ۳. مجموعه‌های مستقل و غالب در گراف‌ها ۶۵

- ۱-۳ مقدمه ۶۵
- ۲-۳ مجموعه‌های مستقل و پوشش ها ۶۶
- ۳-۳ مجموعه‌های غالب و غالب مستقل ۶۷
- ۴-۳ تمرینات فصل ۳ ۷۱

فصل ۴. گراف‌های همیتونی و اویلری ۷۳

- ۱-۴ گذرگاه‌های اویلری ۷۳
- ۲-۴ دورهای همیتونی ۷۵
- ۳-۴ تمرینات فصل ۴ ۷۹

فصل ۵. رنگ آمیزی گراف‌ها ۸۱

- ۱-۵ مقدمه ۸۱
- ۲-۵ برخی از رنگ آمیزی‌های رأسی گراف‌ها ۸۲
- ۱-۲-۵ رنگ آمیزی رأسی گراف‌ها ۸۳
- ۲-۲-۵ رنگ آمیزی مساوی گراف‌ها ۸۹
- ۳-۲-۵ رنگ آمیزی لیستی گراف‌ها ۹۳
- ۴-۲-۵ رنگ آمیزی ستاره‌ای گراف‌ها ۹۹
- ۳-۵ چند جمله‌ای‌های رنگی ۱۰۲
- ۴-۵ رنگ آمیزی یالی گراف ۱۰۷
- ۵-۵ تمرینات فصل ۵ ۱۱۲

فصل ۶. گراف‌های مسطح ۱۱۵

- ۱-۶ مقدمه ۱۱۶
- ۲-۶ گراف‌های مسطح ۱۱۶
- ۳-۶ ۵-رنگ پذیری گراف‌های مسطح ۱۲۰
- ۴-۶ تمرینات فصل ۶ ۱۲۲

فصل ۷. تطابق‌ها ۱۲۳

- ۱-۷ مقدمه ۱۲۳
- ۲-۷ تطابق‌ها ۱۲۳
- ۳-۷ تطابق‌ها در گراف‌های دوبخشی ۱۲۸

۴-۷ تمرینات فصل ۷ ۱۲۹

فصل ۸. گراف‌های جهت‌دار ۱۳۱

۱-۸ مقدمه ۱۳۲

۲-۸ گراف‌های جهت‌دار ۱۳۲

۳-۸ همبندی در گراف‌های جهت‌دار ۱۳۴

۴-۸ گراف‌های تورنمنت ۱۳۶

۵-۸ تمرینات فصل ۸ ۱۴۰

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۱۴۳

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۱۵۳

مراجع ۱۶۳

نمایه ۱۶۵

پیشگفتار

تقریباً سه قرن پیش، یکی از تفریحات مردم کونیگسبرگ^۱ قدم زدن بر روی پل‌های واقع بر رودخانه پرجل^۲ بود. این تفریح رفته رفته سبب ایجاد یک بازی فکری به این صورت شد که آیا می‌توانیم در هنگام قدم زدن، هر پل رودخانه پرجل را فقط یک بار پیموده و به نقطه شروع خود بازگردیم. در سال ۱۷۳۶، ریاضی‌دان بزرگ سوئیسی، لئونهارت اویلر^۳، برای پاسخ به این سؤال، مدلی اجرا کرد که تا آن زمان استفاده نشده بود. او مسئله خود را با نظریه گراف، مدل و سپس حل کرد. پس از آن استفاده از گراف‌ها شروع شد و از سال ۱۹۳۰ به بعد علاقه شدید و مداوم به نظریه گراف به عنوان یک شاخه ریاضی نمایان شد. زمانی که از گراف برای مدل و حل کردن مسئله پل‌های کونیگسبرگ استفاده می‌شد، شاید هرگز کسی تصور نمی‌کرد روزی از نظریه گراف برای درمان برخی اختلالات مغزی استفاده شود. تا سال‌های اخیر، شاید هنوز قابل‌باور نبود که نظریه گراف در شناسایی RNA های موجود در طبیعت جایگاه ویژه پیدا کند. امروزه از نظریه گراف برای مدل‌سازی مسائل در زمینه‌های گوناگونی نظیر پزشکی، زیست‌شناسی، شیمی، کامپیوتر، اقتصاد، توزیع خدمات، مدیریت، بازاریابی، مدل‌سازی انرژی، انتقال اطلاعات و برنامه ریزی حمل‌ونقل استفاده می‌شود.

با توجه به کاربرد فراوان این شاخه و علاقه روزافزون جامعه علمی کشور به آن و از طرفی کمبود یک تألیف مناسب به زبان فارسی در این زمینه، بر خود واجب دیدیم منبعی مناسب تهیه نماییم. شایان ذکر است که این کتاب، پاسخ‌گوی نیازهای علمی دانش‌آموزان علاقه‌مند به شرکت در المپیاد، دانشجویان دوره کارشناسی و حتی منبعی برای آشنایی مقدماتی دانشجویان کارشناسی ارشد است.

مؤلفان

تابستان ۱۳۹۷

1. Königsberg
2. Pregel River
3. Leonhard Euler